

D. A. G.
DISSERTATIO GRADUALIS,
DE

FIGURA
TELLURIS,
PENDULOROM OPE,
DEFINIENDA

CUJUS PARTEM PRIOREM,
CONS. FAC. PHIL. REG. ACAD. AB,
PRÆSIDE

MAG. ANDREA
PLANMAN,

Physices Profess. Reg. & Ordin.

Reg. Acad. Scient. Stockh. & Societ. Litter. Upf. Socio.
Ventilandam Modeste Sifit,

ISAACUS NORDBERG,

Nylandus.

In AUDIT. MINORI Die ~~XVII~~ Junii AN, MDCCLXXVIII.
H. A. M. S.

A B O Æ

Impressit JOH. CHRISTOPH. FRENCKELL,
Reg. Acad. Typogr.

KONGL. MAJ:TS
TRO-MAN och BERGS-RÅD,
Samt
RIDDARE af KONGL. WASA ORDEN,
WÅLBORNE
HERR JOHAN
HISINGER,
HÖGGUNSTIGE GYNNARE.

*Min driftighet, en värkan af skyldighet och erkänsla, hop-
pas jag gunstigt blifva urfågtad, då jag vågar at Vålbor-
ne Herr Bergs-Rådet och Riddaren i ödmjukhet tillägna
denna Academiska afhandling; en liten frukt af stora vål-
gärningar men rent offer af den innerliga vördnad, hvar-
med jag har äran at til stoftet frambärda*

VÅLBORNE HERR BERGS-RÅDETS OCH RIDDARENS
MIN HÖG GUNSTIGE GYNNARES

Allerödmjukaste tjänare
ISAAC NORDBERG.



§. I

Quam amplam contentionum segetem protruserit quæstio illa famosa de figura Telluris fugere existimamus neminem. Illa seges demum votis ita respondit orbis litterati, ut quamvis de vera Planetæ hujus figura inter Mathematicos adhuc disputetur in rotunda tamen ejus adjudicanda omnes convenerint, certum esse contententes illam forma gaudere ad polos depressa. Quasnam vero eruditi ab antiquissimo inde ævo hac in re foverint opiniones, quidque studii operæve in veritatem hujus rei indagandam collocaverint enarrare non erit alienum. Missis igitur inutilibus omnino de Astronomia antediluviana disquisitionibus oculos mox convertimus in Ægyptum studiorum litterariorum seminarium facile antiquissimum. Magos existimasse tellurem figuræ esse rotundæ probabile est. Fatemur quidem nulla testimonia historica ad hanc opinionem directe nos perducere, ad illam tamen fovendam variis commovemur rationibus. Neminem enim fugit, quantis effertur laudibus cognitio Ægyptiorum astronomica, pariterque notum est, quam multum astrorum peritia ad accuratam de figura telluris faciat notitiam.

Quis igitur ex multitudine observationum eorum Astronomicarum fide dignarum (a) merito non colliget eos existimasse tellurem Sphærae referre formam. Concedendum quidem est, vulgo imperito omnia ex consveta sensuum apparentia dijudicanti planam & nescio quam arridere figuram; de Ægyptiis vero idem tenendum non esse vel maxime patet ex magnis eorum meritis in Geometriam & Astronomiam quibus inprimis, utpote curiositati mortalium satisfaci-entibus sollicita obtigit cultura. Multa omnino sunt, quæ illos, quibus plus est nasi, de absurditate figuræ telluris planæ convincant, permoveantque ad sphæricam ei adjudicandam. Tellurem non esse planam & usquequaque protensam ortus & occasus Solis vel maxime evincit, ut plura huc facientia figuram putæ umbræ in eclipsibus lunaribus constellationumque incognitarum apparitionem boream austrumve versus progredientibus, silentio præteream. (b) Non igitur dubitandum, quin hæc doctrina de rotunditate telluris in antiquissimis sit censenda, ut pote Ægyptiis nota, quorum cognitio de sphærica astrorum figura illos ad eandem de tellure suspicandum permovere potuit. Præterea unde *Thales* Græciæ Philosophorum antiquissimus illam depromsit doctrinam nisi ex Ægypto orbis litterati ærario merito vocanda; *Thaletem* enim semina eruditionis spargentem potius quam Ægy-

(a) Aristotel. de cœlo I. 11. c. 12. (b) Plura hac de re vide apud Montucl. in ejus hist. des Mathemat. Tom. I. part. I. l. III. §. XII.

Ægyptios uberrimos ejusdem fructus jam jam mentes inventionis ornare gloria non est consentaneum.

§. II.

Hæc doctrina de rotunditate telluris ex Ægypto *Thaletem* comitata non potuit non conservari propagarique tam multis magnisque Philosophis (ut ex historia notum) Jonicæ scholæ statori succedentibus, qui eorum, quæ observaverant antecessores veritatem argumentis munire sunt aggressi. Quid de problemate etiam nostro; ne dicam de Mechanica, non meruit *Anaximander* (c), ejus innumera ferme inventa ad scientiam Astronomicam magnum & tunc temporis inopinatum adtulere adjumentum? Quid? quod *Aristoteles* (d). asserere non dubitavit eum telluri assignasse motum; ejus tamen assertum haud facile inveniet fidem. Quidquid sit cum *Plutarcho* tamen *Anaximandro* opinionem de figura telluris plana obtrudente facturum existimamus neminem rite perpendentem quam facile scriptorum imperitia eos in errores impellere potuit plane enormes atque in prava de vetustissimi ævi eruditis judicia, quorum causas pro suo more scite exponit *Montucla* ita scribens (e): les unes, inquit, (des imputations) viennent probablement du stile poétique & misterieux dans lesquels ecrivirent les premiers Philosophes; &

A 3

"les

(c) Diog. Laërt in *Anaximandr.* (d) in libr. II. c. XIII. de Cœlo. (e) in *hist. des Matth.* pag. 108, 109.

les autres de l'ignorance des Compilateurs, qui ont" entrepris de nous rendre leurs opinions &c, Nec minus læta Astronomiæ Geometriæque florebant studia in schola *Italica* utpote sapientiæ Jonicæ donis locupletata. *Thaletem* namque ipsum audiverat *Pythagoras Pherecydemque* pariter ac magos inclytæ *Ægypti*, ut mirandum non sit tantum luminis accendisse Lumen illud *Italiæ*. Astronomiæ inprimis culturæ fors obtingit multæque accrescunt veritates. Docuisse *Pythagoram* legimus (g) tellurem non tantum esse rotundam, verum etiam, quem *Soli* abdicavit, gaudere motu. Jurene an secus *Diogenes Laërtius* motus hujus inventi gloriam adtribuat *Philolao*, 100 circiter annos post *Pythagoram* nato cognoscere hujus loci non est; probabile tamen esse existimamus *Philolaum* æque ac *Parmenidem* hanc *Pythagoræ* doctrinam suis tantum additamentis illustrasse. En *Pythagoreorum* ingentia in Theoriam telluris merita! Nihil contra ea de hac re meruit *Plato* multa quamvis confecerat itinera, utpote in *Ægyptum* & *Italiam*, in qua maximam partem scientiæ, qua gaudebat, Astronomiæ a *Philolao* & *Archita* didicisse relatum legitur. Rebus abstractis Ipse & sectatores ejus delectati omnem suam operam in Mathesin tantum puram collocabant, mixtam vel non curantes vel saltem leviter attingentes. Eadem fere dicere licet de Scholæ
Peri-

(g) apud Plutarch. in lib. de placitis philosoph.

Peripateticæ auctore *Aristotele* in cujus de coelo libris res alicujus momenti frustra quærantur. (h)

§. III.

Nec præterendum quantam litterarum cultura famam sibi peperit *Ægypti* urbs *Alexandria*, *Athenæ* restauratæ merito salutanda. In ea quidem fervidissime sub patrocinio *Ptolomeorum* culta fuere omnia humanitatis studia (i); *Geometria* autem & *Astronomia* inprimis in hac republica litteraria civitate donatæ sunt (l). Non igitur mirum, insignem in hac urbe *Mathematicorum* fuisse numerum, in quibus, quis *Aristarchi* nomen ignorat, qui in scenam rursus produxit *Pythagoricorum* dogma de motu telluris? *Primas* in indagatione figuræ telluris facile tenet *Eratosthenes* *Regis Ptolomæi Evergetæ* *Bibliothecarius*, qui primus magnitudinem planetæ hujus mensurando determinare aggressus est, arcum meridiani terrestris inter *Syene* & *Alexandriam* interceptum dimetiens, calculoque subdueto inveniens totum meridianum longitudine 250,000 stadia complecti. Hujus mensurandi modum inspicere licet apud *Montuclam* (m) qui & mentionem facit errorum quorum a *P. Riccioli* (n) meri-

(b) De scriptis *Aristotelis* *Astronomicis* legatur *Montucl. hist. des Math. Tom. I. l. 3. §. 21.* (i) *Heumanii consp. Reipubl. Litt. C. IV. §. x.* (l) *Montucl. hist. des Math. T. I. p. I. l. 1. §. I.* (m) *Histoire des Math. T. I. P. I. L. IV. §. VI.* n) *Geog. & hydrog. reform. & alm. nev. l. III. c. XXVII.*



merito inculatur. Illum excipit *Hipparchus Nicæus*, observator suo ævo longe habilissimus, qui campum, in quo excurrere posset Astronomorum diligentia, aperuit, *cælum in hæreditatem cunctis relinquendo* (o). Hic a nobis laudari meretur ob magnam observationum copiam, quæ ad veram de figura magnitudineque telluris cognitionem multum facere intelliguntur. Inter Mathematicos demum, qui ultimo A. C. N. seculo vixerunt, magnam sibi ex mensuratione telluris gloriam conciliavit *Possidonius*, Geometra Mechanicus & Astronomus percelebris, qui iis, quas in Rhodo & Alexandria instituerat observationibus nixus asseruit circumferentiam telluris 240, 000 stadia continere.

§. IV.

Primo post C. N. seculo inculta jacebant Mathematicorum jugera, crescente interim Religionis Christianæ semente in admirandam plane messem. Delinquentis hanc tempestatem Matheſeos lux, initio secundi seculi tenebras paulatim eluctata effulſit demum in *Ptolomæo* systematis planetarii nomen ab eo trahentis auctore. Plurima observabat phænomena Alexandria, quam prædam crudilitati Barbaricæ anno 641. fors dabat adversa. Hoc Musarum domicilium demoliti Arabes depositarii fiunt omnium scientiarum, quas non negligunt, quin defervescente ira,

ira, impigre colunt. Astronomiæ studium Principum patrocínio animatum inprimis fervet. Quis *Almamoni* Principis ingentia in hanc disciplinam ignorat merita? Illius namque jussu gradus terrestres ad mensuram exigitur seculo IX in Mesopotamiæ campo Singar, a duobus doctis, quorum tamen opera nobis, mensuras veterum Arabum ignorantibus, nullius plane est usus. Insignis quamvis fuerit Mathematicorum in Arabia numerus, nihil tamen amplius memoratu digni hac in re ab iis præstitum legimus. *Ptolomæi* sententiæ de systemate mundi omnes usque ad Secul. XVI adhæserant, quum *Nicolaus Copernicus* de hac re ab *Aristotele* dissentire ausus, plebi Astronomiæ paradoxum meditaretur dogma de motu telluris, quod discipulus ejus *Joach. Rheticus* in medium protulit defenditque, cujusque veritatem extra omnem dubitationis aleam Theoria aberrationis stellarum fixarum a Celeb. *Bradley* detecta posuit nostro demum seculo, in quod etiam exquisitior veræ figuræ telluris investigatio incidit. Interim tamen silentio prætereunda non sunt tentamina, quæ in hanc rem, sub finem seculi XVII facta sunt. Non jam moramur varias graduum meridianorum mensurationes, quas *Fernellius*, *Snellius*, *Picardus*, *Riccioli*, *Grimaldi* aliique non tam figuræ quam magnitudinis Telluris definiendæ gratia instituerunt; verum potius adtulisse juvabit, quæ proprius ad institutum nostrum pertinent. Scilicet cum *Richer* ab *Academia Regia Scientiarum Parisina* anno 1672 missus esset ad insulam



Cayennam, ut observationibus quibusdam Astronomicis invigilaret: præter opinionem ipsi accidit, ut pendulum ibi tardius oscillaretur quam Parisiis, id quod occasionem dedit alia methodo figuram Telluris investigandi. Summus etenim Mathematicus *Newtonus* atque magnum illud Batavorum decus *Hugenius* non tam suspicati sunt, quam certo certius perpexerunt, gravitatem versus *Æquatorem* imminutum iri, ob majorem vim centrifugam ex rotatione Telluris oriundam. Hinc quoque collegerunt Tellurem sub *Æquatore* altiore esse, quam sub polis, vel figuram Sphæroidis sub polis compressæ referre. Hanc rem tamen Celeb. *Cassini* junior in controversiam adduxit, contendens Terram esse Sphæroidem versus polos oblongam, & quidem ob deprehensum gradum Australiorem in Gallia Borealiore majorem. Propter hæc sententiarum divortia, in re tanti momenti, *Acad. scient. Parisina* indultu atque jussu Regis partim ad Circulum Polarem Arcticum partim ad *Æquatorem*, Mathematicos clarissimos meridiani terrestris gradum dimensuros, ablegavit. Fructus hujus ablegationis is erat, ut Tellus ad polos depressior, quam ad æquatorem judicaretur: sed ita tamen ut aliis quilibet meridianus terrestris Ellipsin constitueret, cujus axis minor esset axis Telluris; aliis iterum, dæce Celeberr. *Bouguer* curvam alius generis, in qua incrementa graduum ab æquatore versus polos essent proportionalia Sinuum latitudinum biquadratis. Exacta itaque Telluris figura etiam num suspensa tenet Mathematicos, quæ tamen judice Magno *Newtono* faci-

facilius certiusque per experimenta pendulorum quam per arcus Geographice mensuratos in Meridiano, deprehendi potest (*p*).

§. V.

Caussam vibrationis pendulorum gravitatem esse adeo clarum existimamus ut supervacaneum sit probare, pendula gravitatis variationem indicare, rotatione Telluris circa axem concessa. Ostendendum itaque erit qua ratione ex institutis variis in locis pendulorum isochronorum observationibus, ratio axeos Telluris ad diametrum *Æquatoris* definiatur, supponendo Tellurem esse homogeneam atque Ellipsoidem, quo sic, observationibus inter se rite comparatis, cognoscatur an assumpta eidem competat figura nec ne. In antecessum autem probandum est gravitatem corporum in Ellipsoide rationem servare normalium: in quem finem sequens præmittendum erit Lemma.

§. VI.

Lemma. Sit PAE quadrans Ellipseos, cujus semiaxis major CE & minor CP, sitque A punctum datum in peripheria ejus atque recta AG ad istam normalis; erit, ducta recta AC atque GD ad AC perpendiculari, $PC^2 = AC \cdot AD$.

Demonst.



Demonst. Per naturam Ellipseos erit $AL^2 = \frac{CE^2 - CL^2 \cdot CP^2}{CE^2}$, ducta AL perpendiculariter ad CE, atque $GL = \frac{CL \cdot CP^2}{CE^2} = \frac{CP^2 - AL^2}{CL}$, ob $CE^2 = \frac{CL^2 \cdot CP^2}{CP^2 - AL^2}$; quare $CG = \frac{AC^2 - CP^2}{CL}$; nec non $DG = \frac{AL \cdot AC - CP^2}{AC \cdot CL}$; adeoque $DG^2 = \frac{AL^2 \cdot AC^2 - CP^2^2}{AC^2 \cdot CL^2} = \frac{AL^2 - AD^2 \cdot CL^2 + CP^2 - AL^2}{CL^2}$ unde facta debita reductione & substitutione obtinebitur $CP^4 = AC^2 \cdot AD^2$; atque sic $CP^2 = AC \cdot AD$. q. e. d.

§. VII.

Sit PAE (Fig. I.) quadrans meridiani terrestris atque *pae* quadrans ipsi PAE infinite propinquus & similis similiterque positus; atque erunt pressiones columnarum PC & AC, in directionibus PC & AC æquales; quia oportet eas esse in æquilibrio. Eandem ob rationem erunt etiam columnarum *pC* & *aC* pressiones in his iisdem directionibus æquales; quare *Pp* in æquilibrio cum *Aa*. Sint pressiones in P & A, π & α respective; atque erit $Pp : Aa :: PC : AC ::$

$\alpha : \pi (p)$; unde $\alpha = \frac{\pi \cdot PC}{AC}$. Ponatur gravitas in A
 $= \gamma$, quæ agit secundum normalem AG, eritque existente
 GD perpendiculari ad AC, $\gamma : \alpha = \frac{\pi \cdot PC}{AC}$
 $\therefore AG : AD$; unde $\gamma = \frac{\pi \cdot PC \cdot AG}{AC \cdot AD} = \frac{\pi \cdot AG}{PC}$, ob
 $AC \cdot AD = CP^2$. (§. VI.). Patet itaque hinc gravitatem
 in Ellipsoide fervare rationem normalium (*q*). Cumque
 longitudines pendulorum isochronorum in diversis lo-
 cis sint in eadem ratione ac gravitates in iisdem lo-
 cis; sequitur has ipsas longitudines quoque fervare
 rationem normalium correspondentium locorum.

§. VII.

Hisce præstructis facile obtinebitur formula, ad
 quam ratio axeos Telluris ad diametrum Æquatoris
 eliciatur, ex institutis binis pendulorum observatio-
 nibus in diversis quibuscunque locis datis. Sit PME
 (Fig. 2.) quadrans meridiani terrestris, CP semiaxis
 Telluris, CE semi-diameter Æquatoris, MN, *mn*
 normales in punctis *M* & *m*. Agatur MQ perpen-
 dicularis ad CE, atque sit latitudo puncti *M* seu ang.
 $MNE = \lambda$; eritque $\sin \lambda : \cos \lambda :: MQ$

B_3
 $\frac{CP}{CE}$

(*p*) Phil. Nat. Prin. Math. Newtoni prop. XX. lib. III.

(*q*) Math. Beskrifn. om Jordklotet a Cel. Dn. Mallet.



$$\frac{CP}{CE} \sqrt{CE^2 - CQ^2} : NQ = \frac{CQ \cdot CP^2}{CE^2}; \text{ unde}$$

$$\frac{CQ \cdot CP^2}{CE^2} \sin \lambda = \frac{\cos \lambda \cdot CP}{CE} \sqrt{CE^2 - CQ^2}, \text{ quæ}$$

$$\text{dat } CQ^2 = \frac{CE^4 \cdot \cos^2 \lambda^2}{CE^2 \cdot \cos^2 \lambda^2 + CP^2 \cdot \sin^2 \lambda^2}, \text{ quo valore}$$

$$\text{substituto in } MQ = \frac{CP}{CE} \sqrt{CE^2 - CQ^2}, \text{ habetur}$$

$$MQ = \frac{CP^2 \cdot \sin \lambda}{\sqrt{CE^2 \cos^2 \lambda^2 + CP^2 \sin^2 \lambda^2}}. \text{ Cumque posi-}$$

$$\text{fito sinu toto} = 1, \sin \lambda : 1 :: MQ : MN, \text{ prodibit } MN =$$

$$\frac{CP^2}{\sqrt{CE^2 \cos^2 \lambda^2 + CP^2 \sin^2 \lambda^2}}. \text{ Pari modo obtinebi-}$$

$$\text{tur } mn = \frac{CP^2}{\sqrt{CE^2 \cos^2 l^2 + CP^2 \sin^2 l^2}} \text{ posita } l = \text{la}$$

titudini ipsius m . Exhibeantur jam longitudines pendulorum isochronorum in M & m per P & p respe-

$$\text{ctive; eritque } P : p :: \frac{1}{\sqrt{CE^2 \cos^2 \lambda^2 + CP^2 \sin^2 \lambda^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{CE^2 \cos^2 l^2 + CP^2 \sin^2 l^2}} \text{ (§. VII.), unde}$$

$$p^2 \cos^2 l^2 - P^2 \cos^2 \lambda^2 \cdot CE^2 = P^2 \sin^2 \lambda^2 - p^2 \sin^2 l^2,$$

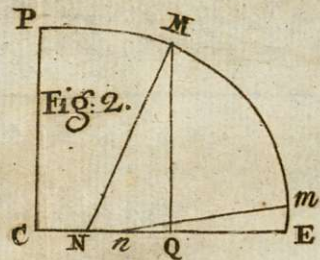
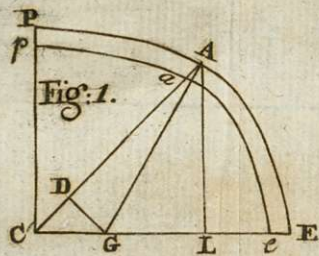
$$CP^2; \text{ adeoque } \frac{CE^2}{CP^2} = \frac{P^2 \sin^2 \lambda^2 - p^2 \sin^2 l^2}{p^2 \cos^2 l^2 - P^2 \cos^2 \lambda^2}, \text{ ad}$$

quam

quam formulam ratio ipsius CE ad CP haberi poterit posita Tellure Ellipsoide. Si autem plures comparationes observationum optimæ notæ pendulis factarum, non conspiraverint ad exhibendam eandam rationem ipsius CE ad CP alia omnino Telluri adjudicanda erit figura. Sed de hac re plura in parte posteriori.

S. D. G.





T: S: Sc.